

Zastosowanie metody recurrence plots w analizie danych pomiarowych

By kama3 kama3

cze 15, 2025

Metody rekonstrukcji przestrzeni fazowej, skuteczne metody poszukiwania wartoci zanurzenia wymiaru oraz czasu opóźnienia, a takie graficzne metody analizy danych, polegające na konstruowaniu obrazów powrotu (Recurrence Plot) oraz

wzajemnych obrazów powrotu (Cross Recurrence Plot). W artykule zaprezentowano również metody analizy ilościowej sygnałów powracających (Recurrence Quantification Analysis), jako instrument pomocny do określenia parametrów otrzymanego obrazu (a poprzez to także analizowanego układu).

2. KLASYCZNE METODY REKONSTRUKCJI PRZESTRZENI FAZOWEJ

Analiza procesów dynamiki nieliniowej, ze względu na ich złożoność i zmienność w czasie, może przysparzać wiele trudności. Najczęściej celem owej analizy jest znalezienie (przy wykorzystaniu odpowiednio dobranego aparatu obliczeniowego) i zastosowanie w rzeczywistych układach adekwatnego modelu matematycznego. Do tego celu najczęściej wykorzystuje się aparat wykorzystujący analizę nieliniowych równań różniczkowych.

Dobrze znane metody analizy danych bazują m.in. na liniowej estymacji momentów i korelacji, oraz na zasadzie analizy składników. W ostatnich dekadach większość rozważań oparta była na klasycznej analizie liniowej, wzbogaconej o dodatkowe elementy zaczerpnięte z teorii chaosu. Próbowano także estymować nieliniowe pomiary i ich właściwości. Uwaga koncentrowana była najczęściej na informacji płynącej z wymiarowości przestrzeni fazowej, entropii układu czy też z wykładników Lapunowa, jako niosących konkretną wiedzę o właściwościach układu.

Jednakże wiele metod nieliniowej analizy danych wymaga długich lub stacjonarnych serii czasowych. Problem w tym, że cechy te trudno odnaleźć w otaczającej nas rzeczywistości. Metody, odpowiednie dla zbudowanych prototypowych modeli, okazują się nie w pełni adekwatne w odniesieniu do obiektów rzeczywistych, z jakimi mamy do czynienia w codzienności. Nie uwzględniają bowiem szeregu (często jednak nieprzewidywalnych) czynników, mających wpływ na wzajemne relacje pomiędzy poszczególnymi cechami opisującymi dany system. W związku z powyższym, wyniki takiej analizy muszą uwzględniać obarczenie błędem, którego często nie udaje się precyzyjnie określić.

Rekonstrukcja przestrzeni fazowej, jako jedna z metod opisu systemu dynamicznego, zyskała uznanie i szerokie zastosowanie z powodu swej przejrzystości i możliwości estymowania za jej pomocą charakterystycznych właściwości systemów dynamicznych. Zależności istniejące pomiędzy elementami systemu dynamicznego powodują, iż o dynamice całego układu decydują wszystkie jego składowe. W związku z tym trajektoria oryginalnej przestrzeni fazowej, zachowująca jej topologiczną strukturę, może być zrekonstruowana tylko z wykorzystaniem jednej obserwacji lub serii czasowej.

Jednym z elementarnych zagadnień, związanym z analizą systemów dynamicznych, jest rekonstrukcja atraktora, rozumianego jako zbiór w przestrzeni fazowej, do którego w miarę upływu czasu zmierzają trajektorie rozpoczynające się w różnych obszarach przestrzeni fazowej.

W wyniku przeprowadzonej analizy wielowymiarowego systemu, otrzymuje się skalarne serie czasowe, opisujące obserwowaną przestrzeń fazową i trajektorię ruchu.

Metoda obrazów powrotu

Bazuje ona na elementarnej własności rozproszonych systemów dynamicznych, jaką jest właśnie powtarzalność. Pomimo iż nieraz nawet małe zaburzenia są w stanie wprowadzić w systemie wykładniczą rozbieżność, to po pewnym czasie układ wraca do swego pierwotnego stanu (choć nie jest on całkowicie zbieżny z pierwotnym). W praktyce metoda ta koncentruje się na krótkich i niestacjonarnych przebiegach czasowych [22]. Właśnie te cechy wydają się jej zasadniczą zaletą. Przestrzeń fazowa najczęściej nie posiada 2-3 wymiarów, które pozwoliłyby nam dokonać wizualizacji jej rozkładu, lecz znacznie więcej. Wizualizacja jednak przestrzeni wielowymiarowej nie jest prostym zadaniem. Narzędzie zaproponowane przez Eckmanna dające nam właśnie taką możliwość - wydaje się znakomitą odpowiedzią.

Należy jednak na samym początku zaznaczyć, iż realizacja ta dokonuje się w nowej dwuwymiarowej quasiprzestrzeni, do której zostały sprowadzone wszystkie pierwotne wymiary.

Można zatem powiedzieć, że RP jest obrazem ukazującym te wszystkie czasy, dla których stany systemu dynamicznego powtarzają się. Metoda ta pokazuje bowiem wszystkie czasy, kiedy trajektoria przestrzeni fazowej systemu dynamicznego powraca ponownie w sąsiedztwo danego obszaru.

Struktury występujące w metodzie RP

Dla typowych systemów dynamicznych RP przyjmuje charakterystyczne obrazy/wzorce. Posiadają one cechy charakterystyczne, cykliczne obserwowalne struktury, także w postaci linii diagonalnych oddzielonych od siebie o te same odległości świadczą o powtarzalnej dynamice układu, a także o występujących w układzie oscylacjach.

Z tego typu obrazów jesteśmy w stanie wywnioskować o częstotliwościach występujących w układzie. Koncentrowanie się punktów wokół głównej diagonal, przy równoczesnym zanikaniu ich wraz z oddalaniem się od przekątnej, świadczy o niestacjonarności procesu, objawiającej się dryftem występującym w amplitudzie sygnału. Nieregularne kształty: czarne klustry układające się na przemian z białymi obszarami świadczą o nieregularnym zachowaniu się systemu, które może być następstwem skorelowanego szumu. Kształty, które możemy obserwować na rysunku 4d, mogą też być następstwem nagłych zmian dynamiki układu, lub ukazywać rzadkie stany układu, dalekie od normalności [24, 25].

Specjalną odmianą metody RP jest metoda obrazu powrotów wzajemnych CRP (Cross Recurrence Plots). Podczas gdy w metodzie RP analizie poddawany był jeden sygnał, w metodzie CRP porównywane są dwie różne serie czasowe $|x(i)$ i $y(j)$ ($i = 1, \dots, N$; $j = 1, \dots, M$), zanurzone w tej samej przestrzeni fazowej.

A zatem CRP jest obrazem ukazującym te wszystkie czasy, dla których stan jednego systemu dynamicznego równolegle występuje w drugim systemie dynamicznym. Metoda ta pokazuje wszystkie czasy, kiedy trajektoria przestrzeni fazowej pierwszego systemu dynamicznego znajduje się w sąsiedztwie trajektorii systemu drugiego.

Prezentowana metoda pozwala porównać dwie serie czasowe i znaleźć podobieństwa ich stanów. Jedną z cech charakterystycznych CRP jest brak głównej diagonal, za pomocą której można interpretować częstotliwości i stany fazowe. W klasycznej postaci występuje ona w metodzie RP (jako że mamy w niej do czynienia z plotem tego samego sygnału). W CRP występują dwa różne porównywane sygnały. Dlatego też najczęściej nie mamy do czynienia z główną diagonalną, lecz z pewną krzywą, zawierającą informacje o przeskalowaniu. Ponieważ może być ona użyta w celu synchronizacji obu serii czasowych, nazywamy ją linią synchronizacji LOS (line of synchronization).

Analiza ilościowa

Omawiając metodę graficznej analizy RP, warto wspomnieć także o synkretycznej metodzie nieliniowej analizy danych, łączącej elementy parametrycznej analizy ilościowej z elementami metody RP. Metodę analizy ilościowej sygnałów powracających RQA (Recurrence Quantification Analysis) zaproponowali w latach 90. XX wieku Webber i Zbilut [2, 25]. Koncentruje się ona na analizie ilości i czasu trwania powtórzeń systemu dynamicznego, na podstawie jego trajektorii w przestrzeni fazowej.

- współczynnik powracania RR (recurrence rate), ukazujący procentowy udział powracających punktów
- determinizm (DET), ukazujący procentowy udział powracających punktów, tworzących diagonale w struk- turze w RP (gdzie $P(l)$ – histogram długości linii diagonalnych)
- laminarność (LAM), ukazujący procentowy udział powracających punktów, tworzących wertykale w struk- turze w RP (gdzie $P(v)$ - histogram długości linii wertykalnych)
- średnia/maksymalna długość diagonali (L/L_{max})
- dywergencja (DIV) powiązana z sumą pozytywnych wykładników Lapunowa
- entropia, w sensie Shannona (ENTR), ukazująca prawdopodobieństwo rozkładu długości linii diagonalnych $p(1)$
- tramping time (TT) średnia długość struktur wertykalnych; informuje nas jak długo system znajduje się w danym stanie

Jak widać, graficzne metody analizy danych pomiarowych przynoszą ciekawe, a nieraz i zaskakujące efekty. Bardziej niż w metodach parametrycznych odzwierciedlone są tu podobieństwa, ale także i różnice pomiędzy poszczególnymi sygnałami. Zastosowanie do szeregu dyscyplin naukowych metod, ukazujących obrazy powrotów, wskazuje na jej uniwersalność, oraz zdaje się otwierać wciąż nowe perspektywy do jej dalszego rozwoju. Cała trudność tych metod ogniskuje się na wiernym odtworzeniu przestrzeni fazowej, z wykorzystaniem takich parametrów jak wymiarowość przestrzeni i opóźnienie czasowe, oraz na „nauczeniu się” odczytywania obrazów, będących jej efektem końcowym. Jak zostało zasygnalizowane, z końcowych plotów można uzyskać także szereg danych parametrycznych, pomocnych do dalszej analizy zachowania układu. Wydaje się, że dynamiczny rozwój metod RP/CRP przyczyni się do lepszego poznania właściwości wielu układów dynamicznych, dla których analizy są one dedykowane.

[Read more](#)